Е. М. Романова, В. Е. Фомин (Казань)

ЛИНЕЙНАЯ СВЯЗНОСТЬ И ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ НА МНОГООБРАЗИИ КОМПАКТНЫХ ПОДМНОГООБРАЗИЙ ЕВКЛИДОВА ПРОСТРАНСТВА

Пусть $\mathcal{M}$ — множество всех гладких компактных подмногообразий евклидова векторного пространства E^n. $\mathcal{M}$ наделяется структурой гладкого многообразия типа Фреше ([1], примеры 4.1.7, 4.4.7, 4.5.5), определяемой естественным атласом $\mathcal{A} = \{c_N\}_{N\in\mathcal{M}}$, каждая карта $c_N = (U_N, \varphi_N, \Gamma^\infty(N^\perp))$ которого является центрированной в точке $N \in \mathcal{M}$. Модельное пространство $\Gamma^\infty(N^\perp)$ — пространство Фреше всех гладких сечений нормального расслоения $(N^\perp, N, \pi_N)$ многообразия N. Атлас $\mathcal{A}$ порождает на $\mathcal{M}$ линейную связность без кручения, объект которой в точке $N \in \mathcal{M}$ относительно карты $c_N \in \mathcal{A}$ по определению равен $0 \in \mathcal{L}_2\left(\Gamma^\infty(N^\perp); \Gamma^\infty(N^\perp)\right)$. Вид этого объекта (относительно фиксированной карты c_{N_0}) в произвольной точке $s = \varphi_{N_0}(N) \in \varphi_{N_0}(U_{N_0}) \subset \Gamma^\infty(N_0^\perp)$, $\forall X, Y \in \Gamma^\infty(N_0^\perp)$:

$$L_s(X,Y) = -\text{пр}_{N_0^\perp \| TN}([\nabla^\perp Y^\perp(X^\top) +$$

$$+ \nabla^\perp X^\perp(Y^\top) + H^\perp(Y^\top, X^\top))], \qquad (1)$$

здесь $\nabla^\perp$ — линейная связность в нормальном расслоении многообразия $N = \varphi_{N_0}^{-1}(s)$ ([2], с. 23), $X^\perp = \text{пр}_{N^\perp\|TN} X$ $(X^\top = \text{пр}_{TN\|N^\perp} X)$ — ортогональная проекция нормального сечения $X \in \Gamma^\infty(N_0^\perp)$ на нормальное $N^\perp$ (соответственно, касательное TN) расслоение, $\text{пр}_{N_0^\perp\|TN}$ — проекция на нормальное расслоение $N_0^\perp$ параллельно касательному расслоению TN, $H^\perp$ — тензор второй основной формы подмногообразия N ([2], с. 21). В частности, при $s = \varphi_{N_0}(N_0) = 0$ $\quad X^\top = Y^\top = 0$ и $L_0 \equiv 0$.

Если, например, $N_0 \in \mathcal{M}$, а $V \in T_{N_0}\mathcal{M}$, где вектор V, относительно естественной карты c_{N_0} отождествляемый с нормальным векторным полем на N_0, является полем постоянной ненулевой длины, то уравнение геодезической линии, проходящей через N_0 в направлении V в связности (1), в карте c_{N_0} имеет вид $s_t = t\cdot V$,

$t \in (-\varepsilon_1, \varepsilon_2)$, и геодезическая представляет собой однопараметрическое семейство подмногообразий $N_t \in E^n$, имеющих общие нормали. В частности, если N_0 — гиперсфера радиуса R в E^n, а V — поле внешних нормальных ортов, то N_t, $t \in (-R, \infty)$ — семейство концентрических гиперсфер.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hamilton R. S. *The inverse function theorem of Nash and Moser*// Bull. Amer. Math. Soc. - 1982. - V. 7. - No 1. - P. 62-222.

2. Кобаяси Ш., Номидзу К. *Основы дифференциальной геометрии.* Т. 1. - М.: Наука, 1981. - 414 с.

А. К. Рыбников, К. В. Семенов (Москва)

СВЯЗНОСТИ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НУЛЕВОЙ КРИВИЗНЫ, И ОТОБРАЖЕНИЯ БЭКЛУНДА

Работа посвящена построению инвариантной геометрической теории отображений Бэклунда (частным случаем отображения Бэклунда являются преобразования Бэклунда) для дифференциального уравнения 2-го порядка:

$$F(x^i, z, z_j, z_{ki}) = 0. \qquad (1)$$

Аргументы и неизвестная функция рассматриваются как адаптированные локальные координаты в расслоении общего типа E с n-мерной базой M, координатами которой служат аргументы x^i $(i, j, ... = 1, \dots, n)$.

Вводится понятие *специальной связности* в расслоении R^*E (фактормногообразие расслоения реперов многообразия E). При этом R^*E рассматривается как частный случай главного расслоения, базой которого является многообразие струй расслоения E, а структурной группой — группа $GL(n)$. Связность в ассоциированном расслоении $\mathrm{Re} = F(R^*E)$ с одномерным типовым слоем F, порожденная специальной связностью, определяющей представление нулевой кривизны для уравнения (1), условимся на-